

太郎君と花子さんが、1~9までの数字が1つずつ書かれた、①、②、③、④、⑤、⑥、⑦、⑧、⑨の数字カードを見ながら話をしています。

太郎：9枚全部のカードを並べてできる、最大の整数は987654321だね。この数は各位の数字の和が45で3や9で割り切れるから、この数は3の倍数だし、9の倍数でもあるね。

花子：じゃあ、9枚全部のカードを並べてできる数で、最大の4の倍数と5の倍数、それと6の倍数を探してみましょうよ。

太郎：5の倍数は割り算をしないで求められるね。4の倍数は下2けただけ見ればいいんだっただけかな。6の倍数は…見つけ方を知らないから、割り算して調べていこうかな。

花子：あら、そんなことしなくてもわかったわよ。最初に、各位の数字の和が45って言っていたじゃない。

太郎：そうか、そうだね。すると、9枚全部のカードを並べてできる最大の4の倍数が【ア】、5の倍数が【イ】、6の倍数が【ウ】ってことになるね。

花子：せっかくだから、最大の7の倍数も見つけてみましょうよ。

太郎：7の倍数の見つけ方は知らないから、並べ替えながら割り算していくしかないかな。まず、 $987654321 \div 7 = 141093474$ あまり3だね、残念。

花子：次は、 $987654312 \div 7 = 141093473$ あまりあまり1になるわ。これも違うわね。何かこの計算にヒントは隠れてないかしら。

太郎：でも、この作業をしていけば必ずいつかは見つかるんだし、ヒントを探すより答えを探した方が速くないかな。

[問題1] 【ア】、【イ】、【ウ】にあてはまる整数を求めなさい。

[問題2] 9枚全部のカードを並べてできる最大の7の倍数を求めなさい。

問題1 【ア】	【イ】
【ウ】	問題2

解答

〔問題1〕

文中である通り、下2桁が4の倍数であれば、その数は4の倍数です。したがって、 987654321 の下2桁21をひっくり返した 987654312 （2番目に大きな整数）は4の倍数になることがわかります。

また、5の倍数は一の位が0か5、ですから一の位に5が来るように最大の整数を作り、 987643215 となります。

次に6の倍数ですが、3の倍数であり、偶数である数が6の倍数です。

はじめに 987654321 が「各位の数字の和が45だから3の倍数である」、と言っています。

ならば、これを並べ替えてできる数も各位の数字の和は変わらないのですべて3の倍数です。

したがって、単に偶数になればよいことになりますから、先ほど4の倍数であると考えた 987654312 が6の倍数とわかります。

〔問題2〕

文中の計算の続きをしていくと、

$$987654231 \div 7 = 141093461 \text{ あまり } 4$$

$$987654213 \div 7 = 141093459 \text{ となるので、 } 987654213 \text{ です。}$$

工夫できる点を考えて、筆算する場合に初めの3桁、987は7で割り切れているので、下6桁だけの筆算でよいということや、 $987654321 \rightarrow 987654312$ で割られる数が9（7+2）小さくなっているのが、あまりも2小さくなっていることなどがありますが、太郎君が言うように、ヒントを探すより計算を続ける方が速いです。

問題1【ア】 987654312	【イ】 987643215
【ウ】 987654312	問題2 987654213