

太郎君と花子さんが教室で話をしています。これを読んで、後の問に答えなさい。

太郎：昨日の宿題に、おもしろい計算問題があったよね。

花子：計算の結果が「1が何個か続いて並ぶ数」になるものがあったわね。あの計算問題は全部解いてから、損した気分になったわ。

太郎：同じような答えになるんだもんね、あの計算には規則性があったのかな。もう一度式を見てみようか。【図1】

【図1】 太郎君が示した式

$$\begin{array}{rcl} 1 & \times 9 + 2 & = 11 \\ 12 & \times 9 + 3 & = 111 \\ 123 & \times 9 + 4 & = 1111 \\ 1234 & \times 9 + 5 & = 11111 \end{array}$$

花子：うん、規則性があるわね。この計算で、「1が8個続いて並ぶ数」が答えになるような式を作ると、  
[ あ ]  $\times 9 +$  [ い ]  
になるわ。

太郎：この計算だと「1が10個続いて並ぶ数」までは作れそうだけど、「1が11個続いて並ぶ数」はできないかな。

花子：規則どおりに式を作ると、  
 $1234567890 \times 9 + 11$   
になるはずだけど、この計算の結果は [ う ] になってしまうわね。

〔問題1〕 会話文中の [ あ ] ~ [ う ] にあてはまる数をそれぞれ答えなさい。

太郎： $1 \times 9 + 2 = 11$ で、 $12 \times 9 + 3 = 111$ だから、計算結果に並ぶ1の個数が増えるとき、答えを10倍して1を加えた、というふうに考えることができるよね。

花子： $11 \times 10 + 1 = 111$ だから、  
 $(1 \times 9 + 2) \times 10 + 1 = 111$ というふうに、式の右側を10倍して1を加えると、計算結果に並ぶ1の個数が増えるということかしら。  
これと同じように考えると、「1が10個続いて並ぶ数」を求める式の右側を10倍して1を加えたら「1が11個続いて並ぶ数」が作れそうね。

太郎：うん、もう少し整理して式を書いてみよう【図2】。

【図2】 太郎君が示した式

$$\begin{aligned} & (1 \times 9 + 2) \times 10 + 1 \\ & = 1 \times 9 \times 10 + 2 \times 10 + 1 \\ & = 1 \times 10 \times 9 + 2 \times 10 + 1 \\ & = 10 \times 9 + 2 \times 9 + 2 + 1 \\ & = (10 + 2) \times 9 + 2 + 1 \\ & = 12 \times 9 + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (12 \times 9 + 3) \times 10 + 1 \\ & = 12 \times 9 \times 10 + 3 \times 10 + 1 \\ & = 12 \times 10 \times 9 + 3 \times 10 + 1 \\ & = 120 \times 9 + 3 \times 9 + 3 + 1 \\ & = (120 + 3) \times 9 + 3 + 1 \\ & = 123 \times 9 + 4 \end{aligned}$$

花子：すごいわ、これで「1が11個続いて並ぶ数」を作る式ができるわね。「1が10こ続いて並ぶ数」を求める式は  
 $123456789 \times 9 + 10$   
だから、ここから計算してみましょう。

[問題2] 「1が11個続いて並ぶ数」を求める式を作りなさい。

ただし、途中の式を省略せず【図2】の式と同じように6行に分けて書くこととします。

太郎：ということは、昨日の宿題にあった計算結果が「9が何個か続いて並ぶ数」になる問題も規則性があったのかな。【図3】

【図3】 太郎君が示した式

$$\begin{aligned} 9 & \times 11 & = & 99 \\ 99 & \times 101 & = & 9999 \\ 999 & \times 1001 & = & 999999 \end{aligned}$$

花子：そうすると、次は

$9999 \times 10001 = 99999999$ で、「9が8個続いて並ぶ数」になるわね。  
この規則では、「9が偶数個続いて並ぶ数」しか作れないのかしら。

太郎：かける数に1が2個だから、計算結果はかけられる数が2個つながって、9が偶数個並んでるんだよね。

花子：ということは、かけられる数の1の個数を3個にすればいいんじゃないかしら。

太郎： $9 \times 111 = 999$ で「9が奇数個続いて並ぶ数」にできるけど、  
 $99 \times 10101 = 999999$ だから、「9が偶数個続いて並ぶ数」になってしまうな。

花子：あ、わかったわ。かけられる数の1の個数を3個にして、「9が9個続いて並ぶ数」を作る式が作れるわ。

〔問題3〕花子さんのいう、『かけられる数の1の個数を3個にして、「9が9個続いて並ぶ数」を作る式』を書きなさい。

〔問題1〕あ	〔問題1〕い
〔問題1〕う	
〔問題2〕 $123456789 \times 9 + 10$ = = = = =	
〔問題3〕	

## 解答

### 〔問題1〕

「1が5個続いて並ぶ数」が $1234 \times 9 + 5$ ですから、  
「1が6個続いて並ぶ数」は $12345 \times 9 + 6$ 、  
「1が7個続いて並ぶ数」は $123456 \times 9 + 7$ 、  
「1が8個続いて並ぶ数」は $1234567 \times 9 + 8$ となることが予想されます。  
( $1234567 \times 9 + 8 = 11111103 + 8 = 11111111$ です)  
よって、〔あ〕 = 1234567、〔い〕 = 8です。  
また、〔う〕の式 $1234567890 \times 9 + 11$ を計算すると、11111111021になります。

### 〔問題2〕

【図2】の中で、 $2 \times 10 = 2 \times 9 + 2$ と処理している部分を読み取れるかどうかポイントです。式全体を $\times 9$ でまとめるために、 $\square \times 10 = \square \times 9 + \square$ 、という九九の決まりを利用しています。

この誘導に従って書いていくと、  
 $(123456789 \times 9 + 10) \times 10 + 1$   
 $= 123456789 \times 9 \times 10 + 10 \times 10 + 1$   
 $= 123456789 \times 10 \times 9 + 10 \times 10 + 1$   
 $= 1234567890 \times 9 + 10 \times 9 + 10 + 1$   
 $= (1234567890 + 10) \times 9 + 10 + 1$   
 $= 1234567900 \times 9 + 11$   
となります。

### 〔問題3〕

直前で $99 \times 10101 = 99 \cdot 99 \cdot 99$ となっていることから、 $999 \times 1001001$ とすれば  
 $999 \cdot 999 \cdot 999$ となることが予想できるでしょう。

[問題1] あ $1234567$	[問題1] い $8$
[問題1] う $11111111021$	
[問題2] $(123456789 \times 9 + 10) \times 10 + 1$ $= 123456789 \times 9 \times 10 + 10 \times 10 + 1$ $= 123456789 \times 10 \times 9 + 10 \times 10 + 1$ $= 1234567890 \times 9 + 10 \times 9 + 10 + 1$ $= (1234567890 + 10) \times 9 + 10 + 1$ $= 1234567900 \times 9 + 11$	
[問題3] $999 \times 1001001$	