

花子さん、太郎君、先生の3人が教室で話をしています。

太郎：1年が365日でない年があることを知っているかな。

花子：知っているわ。うるう年といって、その年は366日あるのよね。いつもの年にはないはずの2月29日があるのよ。

太郎：2020年に東京で行われるオリンピック・パラリンピックの年もうるう年だね。

[問題1]

東京オリンピック・パラリンピックが行われる2020年の2020のように、千の位と十の位が等しく、百の位と一の位が等しい4桁の数を考えます。たとえば、他には4343や1919などがあります。このような数のうち、6の倍数を3つ答えなさい。

太郎：でも、どうしてうるう年は1年の日数が1日多いのかな。

花子：先生、なぜうるう年があるのですか。

先生：地球は太陽の周りをほぼ1年かけて1周しています。この時間は実際には約365.24日なので、1年を365日とするとずれが生じてしまうのです。そこで、うるう年でずれを調整しているのです。

太郎：どういうことですか。よくわかりません。

先生：地球が太陽の周りを1周する時間を365.24日として計算してみましょう。地球が太陽の周りを1周するのにかかる時間から、1年を365日とした場合のずれを計算すると、

$$365.24日 - 365日 = 0.24日$$

となり、毎年0.24日ずつずれが生じます。

太郎：ということは、4年で

$$0.24日 \times 4 = 0.96日$$

となるから、約1日ずれますね。それで4年に1度うるう年を定めて1日増やす必要がありますね。

花子：ちょっと待って。うるう年を単純に4年に1度とするだけでは、まだ少しずれが生じないかしら。

太郎：どういうことかな。

花 子：4年に1度うるう年を定めると、0.96日のずれを1日増やして調整することになるけど、それでは4年で
 $1日 - 0.96日 = 0.04日$
のずれが生じてしまうことになるわ。

太 郎：それくらい問題ないよ。

花 子：そんなことないわよ。だって100年たつと、25回うるう年があるので
 $0.04日 \times 25 = 1日$
となって、今度は逆に1日多くなってしまうわ。

太 郎：一体どうしたらいいのかな。先生、教えてください。

先 生：二人とも、なかなかよいところに気がつきましたね。確かに、4年に1度うるう年を定めるだけでは逆に1日余分にずれてしまいます。そこで今度は100年ごとに1度だけ、うるう年をやめればよいのです。そうすればずれを調整できます。

太 郎：なるほど、そうすればいいですね。

花 子：うるう年の定めかたはおもしろいわね。先生、うるう年の問題を何か出してくれませんか。

先 生：では、1日の時間が地球と同じで、太陽の周りを1周するのに2020.3日かかる星があるとします。この星の1年を2020日と定めると、太陽の周りを1周するのにかかる時間と、2020日と定めた1年との間にずれが生じますね。このずれを調整するためにどのようにうるう年を定めればよいでしょうか。

[問題2]

この星とありますが、この星が太陽の周りを1周するのにかかる時間と、2020日と定めた1年との間に生じるずれを調整するためには、どのようにうるう年を定めればよいですか。地球のうるう年の例を参考にして具体的に説明しなさい。ただし、うるう年にする年は1年を2021日とします。

太 郎：太陽の周りを1周するのにかかる時間と、定めた1年との間にずれがあると、うるう年が必要になるのですね。実際の星でも、太陽の周りを1周するのにかかる時間は、星によって違いますよね。

先 生：そうですね。それでは火星について考えてみましょうか。地球の1日、すなわち太陽が真南に来て、その次に再び真南に来るまでの時間は24時間です。これに対し、火星の1日は地球の時間で約24時間40分、火星が太陽の周りを1周するのに地

球の時間で約687日かかります。では、火星が太陽の周りを1周するのにかかる時間について計算してみましょう。

〔問題3〕

火星の1日は地球の時間で約24時間40分、火星が太陽の周りを1周するのに地球の時間で約687日かかるとします。このとき、火星が太陽の周りを1周するのに、火星の1日で数えると何日になるか、式を書いて答えを求めなさい。ただし、答えは小数第3位を四捨五入して、小数第2位までの概数で表しなさい。

〔問題1〕	〔問題1〕	〔問題1〕
〔問題2〕		
〔問題3〕		

解答

[問題1]

千の位と十の位、百の位と一の位がそれぞれ等しい数字なので「○△○△」のような形になります。

6の倍数は、偶数である3の倍数ですから、各位の和が3の倍数になり、一の位が0,2,4,6,8になります。

ここで、各位の和 $\text{○} + \text{△} + \text{○} + \text{△}$ が3の倍数になるとき、 $\text{○} + \text{△}$ も3の倍数である必要があります。また、千の位になる○に0は入りません。

これを満たす数は

【1212, 1818, 2424, 3030, 3636, 4242, 4848, 5454, 6060, 6666, 7272, 7878, 8484, 9090, 9696】です。

※参考として他の倍数の見分け方は、

2の倍数・・・一の位が0、2、4、6、8のいずれか

3の倍数・・・各位の数字の和が3で割り切れる

例として、 $2385 \rightarrow 2+3+8+5=18$ となり、18は3で割り切れるから3の倍数

4の倍数・・・下2桁(十と一の位)が4で割り切れる

5の倍数・・・一の位が0、5のどちらか

6の倍数・・・3の倍数の性質にあてはまり、一の位が0、2、4、6、8のいずれかであるもの

8の倍数・・・下3けた(百・十・一の位)が8で割り切れる(または000)

9の倍数・・・各位の数字の和が9で割り切れる

10の倍数・・・一の位が0

11の倍数・・・各位の数字を一つ飛ばしにした組の和をつくり、その差が11で割り切れるか0

例として、 $432564 \rightarrow 432564 \rightarrow (4+2+6)=12, (3+5+4)=12$

$12-12=0$ なので、 $432564 \div 11=39324$ 、と割り切れる

12の倍数・・・3の倍数の性質と4の倍数の性質の両方にあてはまるもの

などがあります。7の倍数、13の倍数も見分け方がないわけではないですが、見分け方を使うより実際に割ったほうが早いですw

[問題2]

公転周期-(1年に定めた日数)における端数の合計が、1日分に近づくタイミングでうるう年を決め、うるう年によってできた誤差がまた1日ぶんとなるときに、うるう年をやめればよいことが説明文から読み取れます。

地球の場合、公転周期365.24日なので、 $365.24-365=0.24$ 日の端数が、4年で $0.24 \times 4=0.96$ 日となり、約1日なのでうるう年を4年に1度定め、このときにできる誤差 $1-0.96=0.04$ 日が、うるう年25回で $0.04 \times 25=1$ 日になるので、うるう年25回すなわち $4 \times 25=100$ 年に1度うるう年をやめることになります。

※実際には365.2425日なので、さらに400年に1度うるう年をやめるのをやめる、という年が

発生します。

したがって、端数が0.3日となる星では $0.3 \times 3 = 0.9$ 日なので、3年に1回うるう年を入れ、このときの誤差が $1 - 0.9 = 0.1$ 日より、うるう年10回で1日分たまるので、うるう年10回すなわち $3 \times 10 = 30$ 年に1度うるう年をやめればよいことになります。

[問題3]

解説

「火星が太陽の周りを一周するのに地球の時間で687日かかる」ので、地球の時間で 687×24 （時間）かかることになります。

※次に分数をかけることが想定されているので、ここで計算せず、乗法の形で止めておきましょう

地球の時間で24時間40分 $= 24\frac{2}{3}$ （時間）が火星の一日になるので、火星が太陽の周りを一周するのにかかる火星の日数（単位を火星日とする）は、

$687 \times 24 \div 24\frac{2}{3}$ （火星日）となります。よって、

$$\begin{aligned} & 687 \times 24 \div 24\frac{2}{3} \\ &= 687 \times 24 \times \frac{3}{74} \\ &= \frac{687 \times 12 \times 3}{37} \\ &= \frac{24732}{37} \\ &= 24732 \div 37 \end{aligned}$$

$= 668.432\cdots$ より、小数第3位を四捨五入して、668.43火星日、すなわち火星の一日で数えて668.43日となります。

※先に $687 \times 24 = 16488$ を求めてもよいですが、次で約分または割り算になるので、数字を大きくしただけ計算ミスしやすくなります。

乗除連続計算の場合、式の最後まで立ててから先に約分して、そのあとでかけ算するようにしましょう。

[問題1] 1212	[問題1] 1818	[問題1] 2424
[問題2] <p>0.3×3=0.9日なので、3年に1回うるう年を入れ、このときの誤差が1-0.9=0.1日より、うるう年10回で1日分たまるので、うるう年10回すなわち3×10=30年に1度うるう年をやめればよい</p>		
[問題3] $687 \times 24 \div 24\frac{2}{3}$ $= 24732 \div 37$ $= 668.432\cdots \rightarrow 668.43 \text{日}$		